

Математическая грамотность

Международная оценка качества образования

Концепция направления «математическая грамотность» исследования PISA-2022

Математическая грамотность- это способность человека мыслить математически, формулировать, применять и интерпретировать математику для решения задач в разнообразных контекстах. Она включает в себя понятия, процедуры и факты, а также инструменты для описания, объяснения и предсказания явлений. Она помогает людям понять роль математики в мире, высказывать хорошо обоснованные суждения и принимать решения, которые должны принимать конструктивные, активные и размышляющие граждане в 21 веке.

Международная оценка качества образования

Основа организации исследования математической грамотности включает три структурных компонента:

- контекст, в котором представлена проблема;
- содержание математического образования, которое используется в заданиях;
- мыслительная деятельность, необходимая для того, чтобы связать контекст, в котором представлена проблема, с математическим содержанием, необходимым для её решения.

Контексты заданий

личная жизнь

общественная жизнь

образование/
профессиональная
деятельность

научная деятельность

Математическое содержание заданий

Изменения и зависимости

Задания, связанные с математическим описанием зависимости между переменными в различных процессах, т.е. с алгебраическим материалом

Количество

Задания, связанные с числами и отношениями между ними, в программах по математике этот материал чаще всего относится к курсу арифметики;

Пространство и форма

Задания, относящиеся к пространственным и плоским геометрическим формам и отношениям, т.е. к геометрическому материалу;

Неопределённость и данные

Задания охватывают вероятностные и статистические явления и зависимости, которые являются предметом изучения разделов статистики и вероятности.

В исследование PISA–2022 включены новые темы:

1. Явления роста (изменения и зависимости)
2. Геометрическая аппроксимация (пространство и формы)
3. Компьютерное моделирование (количество)
4. Принятие решений в условиях неопределенности (неопределенность и данные)

Мыслительная деятельность

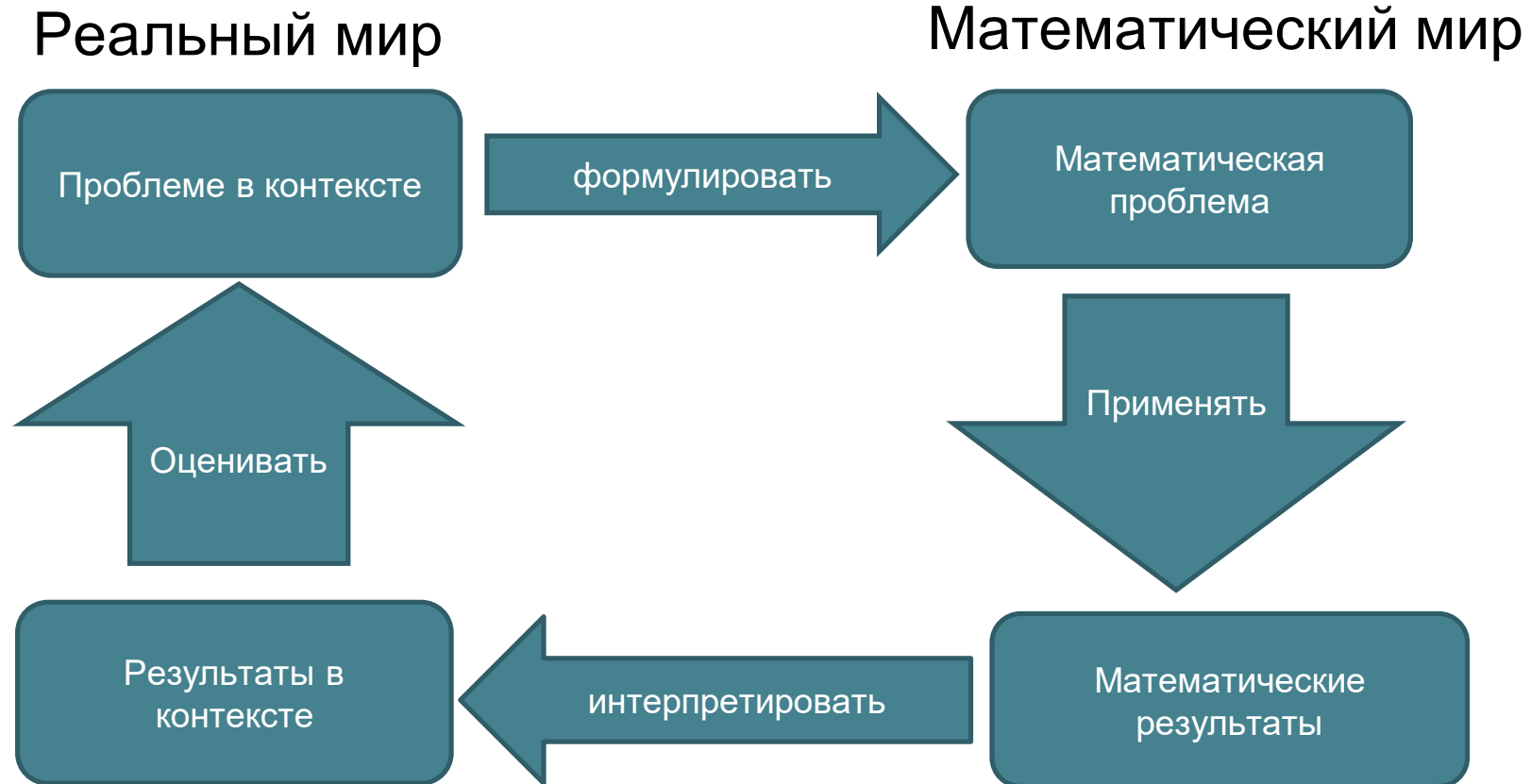
формулировать ситуацию на языке математики;

применять математические понятия, факты, процедуры
размышления;

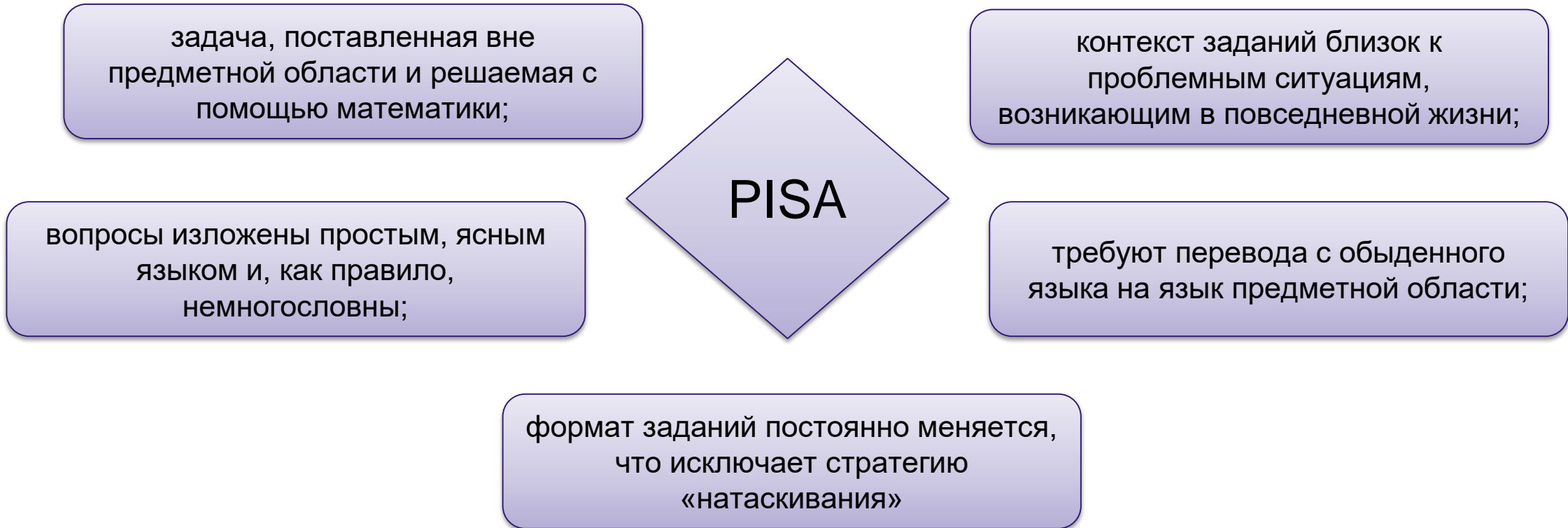
интерпретировать, использовать и оценивать математические
результаты;

рассуждать

Модель математической грамотности (PISA)



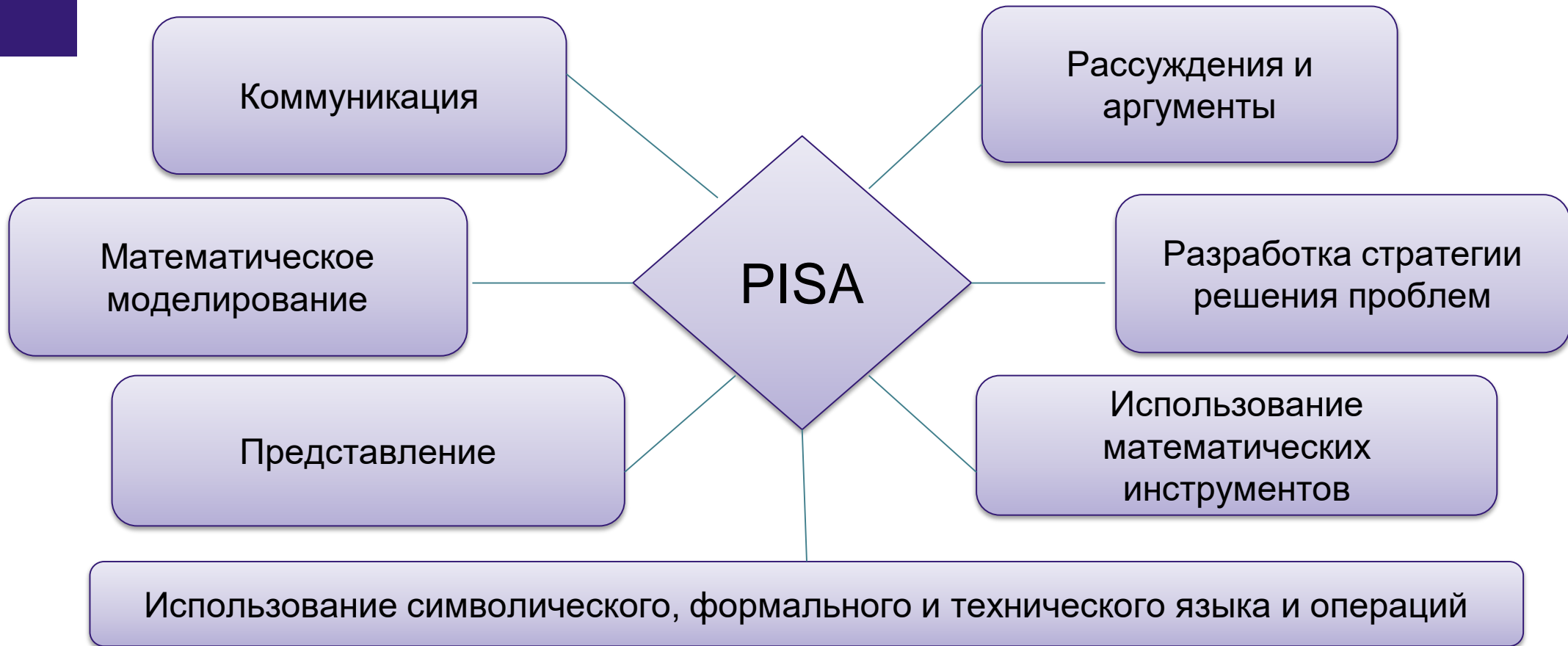
Особенности заданий исследования PISA



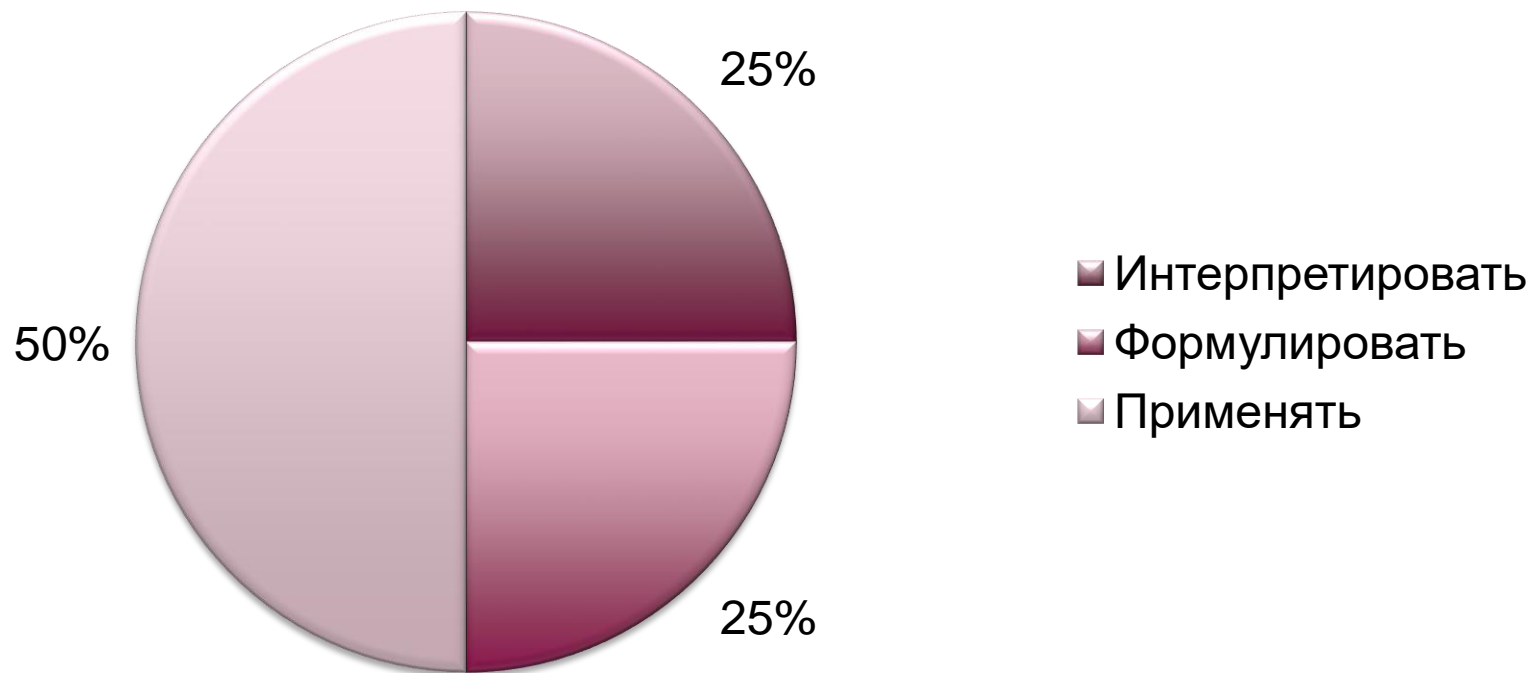
Математические темы

- Функции.
- Алгебраические выражения.
- Уравнения и неравенства.
- Система координат.
- Отношения в рамках геометрического объекта и среди геометрических объектов в двумерном и трехмерном пространстве.
- Пространственные фигуры и их свойства, формулы вычисления площадей поверхности и объема.
- Измерения.
- Числа и единицы измерения.
- Арифметические и алгебраические операции.
- Проценты, отношения и пропорции.
- Оценка.
- Принципы подсчетов.
- Набор данных, представление и интерпретация.
- Изменчивость данных и ее описание.
- Выборки и составление выборок.
- Случайность и вероятность.

Ключевые математические компетенции PISA



Распределение заданий по математике в исследовании PISA



Уровни математической грамотности (исследование PISA)



6

Способен осмыслить, обобщить и использовать информацию, полученную на основе исследования и моделирования сложных проблемных ситуаций

5

Способен создавать и работать с моделями сложных проблемных ситуаций, распознавать их ограничения и устанавливать допущения, выбирать, сравнивать и оценивать стратегии решения проблем

3

4

2

Способен интерпретировать и распознать в контекстах ситуации с прямым выводом; извлекать нужную информацию из единственного источника и использовать ее в единственной форме

1

Может отвечать на вопросы в знакомых контекстах со всей необходимой информацией и ясно сформулированными вопросами

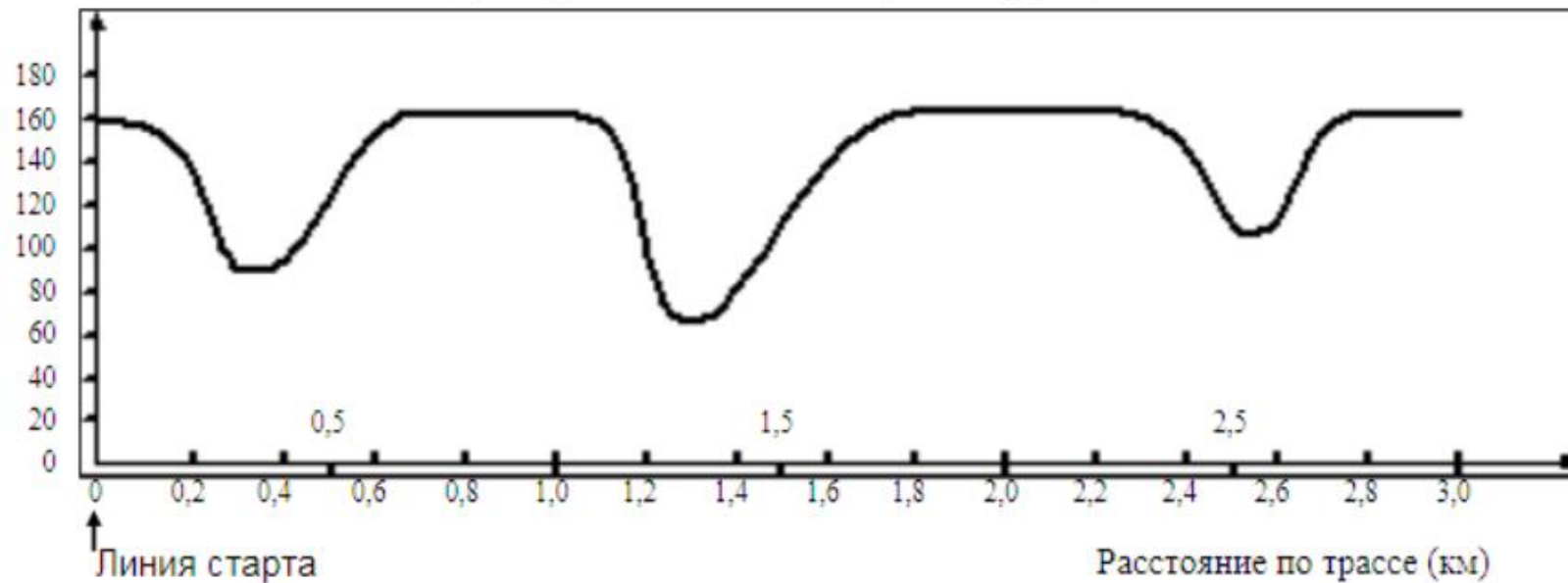
-1

Способен выполнять очень прямые и простые математические расчеты

Задание низкого уровня сложности «Скорость гоночной машины»

Скорость
(км/ч)

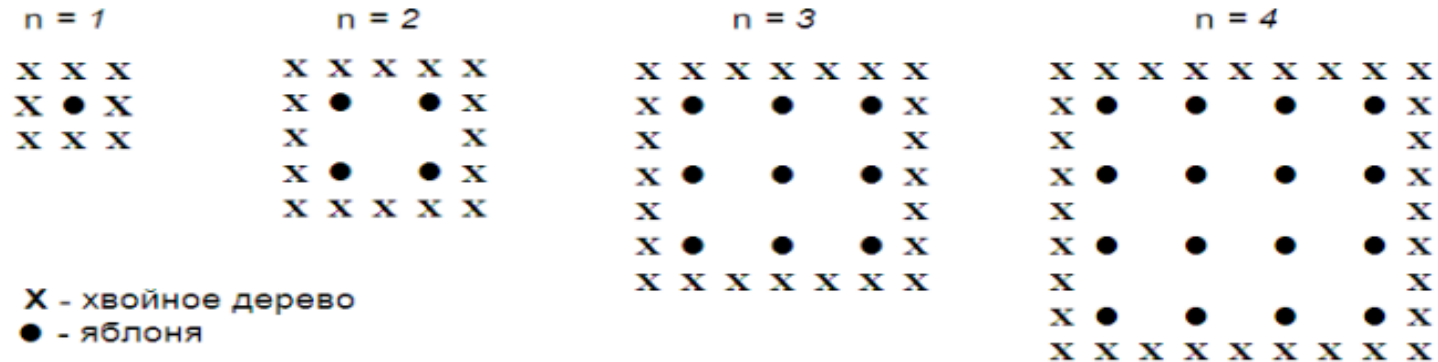
Скорость гоночной машины на трассе длиной 3 км
(при прохождении второго круга)



В каком месте трассы скорость машины была наименьшей при прохождении второго круга?

Задание среднего уровня сложности «Яблони»

Ниже на рисунке изображены схемы посадки яблонь и хвойных деревьев для нескольких значений n , где n – количество рядов высаженных яблонь. Эту последовательность можно продолжить для любого числа n .



Вопрос 1: ЯБЛОНИ

M136Q01- 01 02 11 12 21 99

Заполните таблицу:

n	Количество яблонь	Количество хвойных деревьев
1	1	8
2	4	
3		
4		
5		

Задание высокого уровня сложности «Площадь континента»

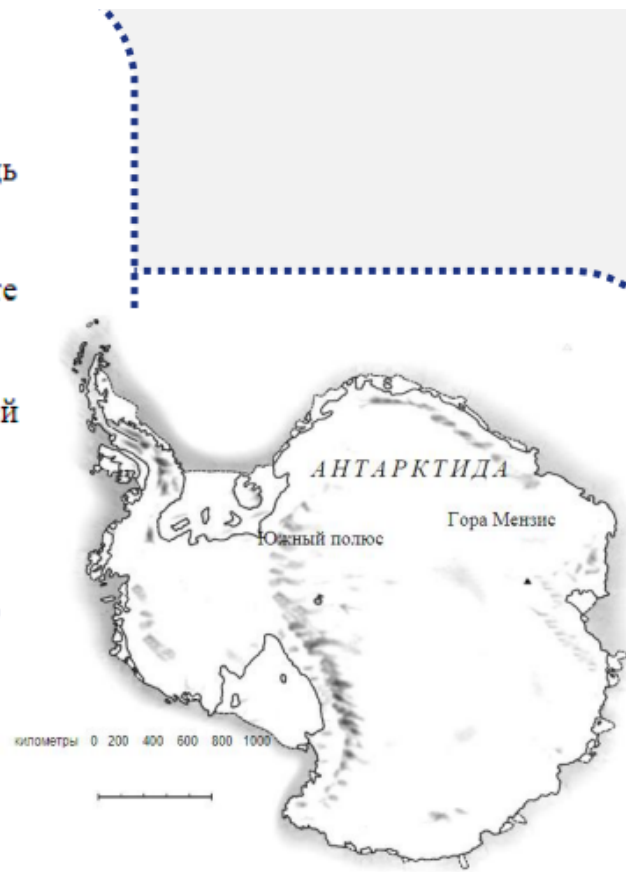
Вопрос 4: ПЛОЩАДЬ КОНТИНЕНТА

M148Q02-01 02 11 12 13 14 21 22 23 24 25 99

Пользуясь масштабом данной карты, определите, чему примерно равна площадь Антарктиды.

Объясните, каким способом вы получили свою оценку площади континента, и приведите свои вычисления.

(Для получения ответа можно использовать данную карту, например, проводить на ней нужные вам линии и построения.)



Методические приёмы формирования математической грамотности

Работа над формированием математической грамотности основана на следующих положениях:

- обучение математическому моделированию
- сочетание теоретических и практических знаний
- личная значимость приобретаемых знаний
- обогащение социального опыта
- межпредметная интеграция
- освоение метадеятельности

Использование задач из банка заданий PISA

Соотношение между сторонами и углами треугольника

Как измерить ширину реки

PISA

Саша готовится к туристическому походу, в котором придётся преодолевать водные преграды. Чтобы организовать навесную переправу, надо знать ширину реки. Как измерить ширину реки в походных условиях?

<http://skiv.instrao.ru/>



Учебник

1037 Для определения ширины реки отметили два пункта A и B на берегу реки на расстоянии 70 м друг от друга и измерили углы CAB и ABC , где C — дерево, стоящее на другом берегу у кромки воды. Оказалось, что $\angle CAB = 12^\circ 30'$, $\angle ABC = 72^\circ 42'$. Найдите ширину реки.

Геометрия. 7—9 классы : учеб. для общеобразоват. учреждений / [Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев и др.]. — 20-е изд. — М. : Просвещение, 2010. — 384 с. :

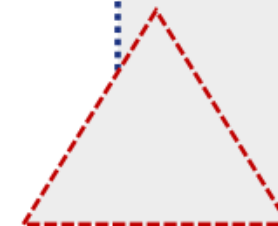
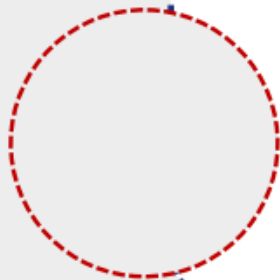
Трансформация задачи из учебника в задачу практического содержания

Длина окружности и площадь круга

- 1104** Найдите длину окружности, описанной около:
- а) правильного треугольника со стороной a ; б) прямоугольного треугольника с катетами a и b ; в) равнобедренного треугольника с основанием a и боковой стороной b ; г) прямоугольника с меньшей стороной a и острым углом α между диагоналями; д) правильного шестиугольника, площадь которого равна $24\sqrt{3}$ см².

Геометрия. 7—9 классы : учеб. для общеобразоват. учреждений / [Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев и др.]. — 20-е изд. — М. : Просвещение, 2010. — 384 с. :

Задание учащимся: Придумайте текст задачи практического содержания. Может быть дано как домашнее задание, работа на уроке в паре, в группе.



Задачи на математические рассуждения

Функции. Свойства функций

№	Выбери утверждения, которые верны:	Всегда	Иногда	Никогда
1	Графиком линейной функции является прямая	●		
2	Квадратичная функция является чётной		●	
3	Кусочно-заданной функцией является функция модуля		●	
4	Дробно-линейная функция является непрерывной			●

Использование задач PISA в поверочных работах

PISA

Функции. Свойства функций

Дорога до дачи

Всем хорошо известно, как важны хорошие дороги, по которым можно в кратчайшие сроки перевозить необходимые грузы и перемещаться пассажирам.

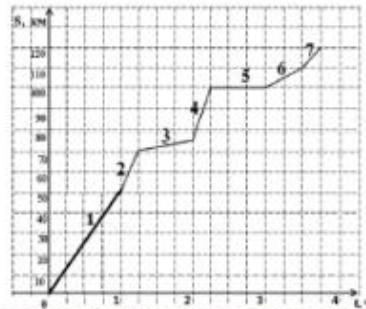
На автомобильной трассе М4 «Дон» в пределах Московского региона ввели в эксплуатацию три скоростных участка, на которых можно развивать скорость до 130 км/час.



Скоростные участки трассы расположены от Москвы: первый – от отметки 51 км до отметки 71 км; второй – от отметки 76 км до отметки 103 км, третий – от отметки 113 км до отметки 120 км.

В субботу семья Ивановых выехала на автомобиле на дачу, которая расположена в 120 км от Москвы. В 8 ч утра они начали движение по трассе «Дон» и воспользовались скоростными её участками.

График их движения по трассе изображён на рисунке.



1. Определите, какие утверждения относительно характеристик движения автомобиля с дачниками являются верными.

- Скоростные участки трассы обозначены на графике цифрами 2, 4 и 7.
- До первого скоростного участка трассы семья доехала за 45 минут.
- За второй час поездки Ивановы проехали примерно 75 км.
- Ивановы приехали на дачу в 12.00.

2. Опишите, что могло произойти на 100-м километре трассы. Ответ поясните.

Ответ: _____

3. На участке трассы от отметки 71 км до отметки 76 км идут дорожные работы по соединению двух первых скоростных участков в единый скоростной участок. За какое наименьшее время можно будет преодолеть этот объединённый скоростной участок после завершения дорожных работ?

Ответ дайте в минутах.

Математический практикум

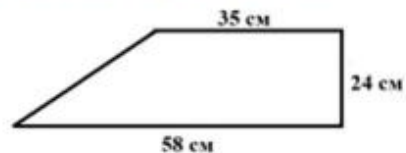
PISA

Пример задачи на формулировку вывода и анализ аргументации

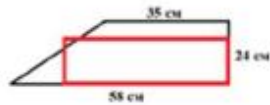
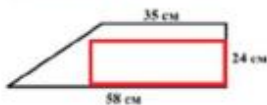
Полочка в шкафу

Чтобы сделать полку в шкафу, Юра ищет кусок фанеры подходящего размера. Полка должна иметь форму прямоугольника со сторонами 22 см и 38 см.

Один из друзей предложил ему лист фанеры в форме прямоугольной трапеции с основаниями 58 см и 35 см, высотой 24 см.



Подойдёт ли этот лист?



Юра попросил своих друзей – Кирилла, Ивана и Илью – помочь ему ответить на этот вопрос.

1. Мнения Кирилла и Ивана разошлись.

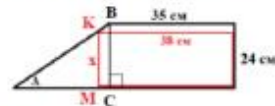
Кирилл: Я считаю, что лист фанеры подойдёт, если площадь листа фанеры больше площади полки.

Иван: Я считаю, что любой лист фанеры не подойдёт, если большая сторона полки больше, чем меньшее основание листа фанеры.

Согласны ли вы с аргументами ребят? Подчеркните нужное. Если не согласны, приведите контрпример.

2. Илья сделал чертёж и предложил такое решение:

«Предположим, что наш прямоугольник, большая из сторон которого равна 38 см, разместился внутри трапеции так, что его вершина оказалась на боковой стороне трапеции.



Найдём x – длину смежной стороны этого прямоугольника. Это наибольший из прямоугольников со стороной 38 см, который можно разместить внутри трапеции. Если смежная сторона прямоугольника больше x , то его разместить внутри трапеции нельзя.

BC – высота трапеции. Из подобия треугольников ABC и AKM находим x :

$$\frac{AM}{AC} = \frac{x}{BC} = \frac{x}{24} = \frac{35-22}{24} = \frac{x}{24} = \frac{x}{24}; x = 20,9 \text{ (см)}$$

20,9 (см) < 22 (см) (длины меньшей стороны полки).

Значит, прямоугольник со сторонами 38 и 22 см нельзя разместить внутри данной трапеции».

Какие геометрические факты использовал Илья в своём решении?

Отметьте все верные варианты ответа.

- противоположные стороны прямоугольника равны
- в прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов (теорема Пифагора)
- если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого треугольника, то треугольники подобны (первый признак подобия треугольников)
- высота прямоугольной трапеции разбивает её на прямоугольник и прямоугольный треугольник
- параллельные прямые отсекают на секущих пропорциональные отрезки (теорема Фалеса)

Подготовка к ОГЭ

Числовые последовательности

Тренер посоветовал Андрею в первый день занятий провести на беговой дорожке 15 минут, а на каждом следующем занятии увеличивать время, проведённое на беговой дорожке, на 7 минут. За сколько занятий Андрей проведёт на беговой дорожке в общей сложности 2 часа 25 минут, если будет следовать советам тренера?

Бактерия, попав в живой организм, к концу 20-й минуты делится на две бактерии, каждая из них к концу следующих 20 минут делится опять на две и т. д. Сколько бактерий окажется в организме через 4 часа, если по истечении четвертого часа в организм из окружающей среды попала еще одна бактерия?

Внеурочная деятельность

PISA

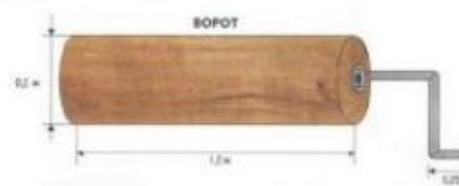
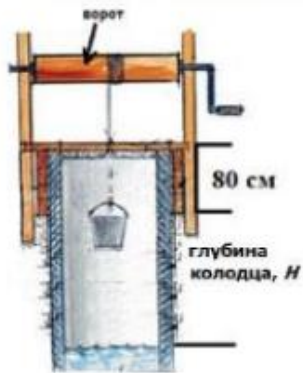
Деревенский колодец

Деревенский колодец представляет собой крытую бревенчатую шахту с воротом, к которому цепью крепится ведро.

Ворот вращается ручкой. При вращении ручки ворот поворачивается, цепь постепенно наматывается на него, и ведро с водой поднимается на поверхность. За один поворот ручки ворот делает полный оборот вокруг оси, и на нём появляется один виток цепи.



Диаметр ворота равняется обычно от 20 до 22 см.



Формулы для справок:
 $S = \pi R^2$ – площадь круга,
 $C = 2\pi R$ – длина окружности,
где R – радиус круга.
Считайте, что $\pi = 3,14$.

ОТКРЫТЫЙ БАНК ЗАДАНИЙ для формирования функциональной грамотности МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ

1. А) При поднятии воды из колодца, диаметр ворота которого равен 20 см, сделали 20 оборотов ручкой. Высота деревянного сруба над землей – 80 см. Найдите глубину колодца (от уровня земли до уровня воды в колодце). Результат округлите до целого.

Ответ: _____ м

- Б) Запишите формулу для вычисления глубины колодца H (в м) в зависимости от диаметра ворота d (в м), количества оборотов n , высоты сруба l (в м).

Ответ: _____

2. Сколько оборотов ручкой необходимо сделать, чтобы поднять ведро с водой из колодца глубиной 9 м?

Высота сруба колодца над землей – 80 см, диаметр ворота – 20 см.

Проектная деятельность

Примерные темы

- Бюджет моей семьи.
- Бизнес-план школьного предприятия.
- Выгодно ли жить в долг?
- Выгодно ли жить в кредит?
- Деньги любят счет, или элементы финансовой математики (проценты, кредиты, вклады).
- Детская банковская карта — это здорово!
- Доходы и расходы семьи. Стоимость жизни.
- Использование неравенств при решении экономических задач.
- Рациональное использование воды.
- Рациональное питание школьника и семейный бюджет.

Спасибо за внимание!